



Міністерство освіти і науки України  
Вінницький державний педагогічний університет  
імені Михайла Коцюбинського  
Вінницький національний технічний університет  
Кам'янець-Подільський національний університет  
імені Івана Огієнка  
Український державний університет  
імені Михайла Драгоманова  
Полтавський національний педагогічний університет  
імені В. Г. Короленка  
Келецький університет імені Яна Кохановського  
(Республіка Польща)  
Мадридський політехнічний університет (Іспанія)



## ПЕРШЕ ІНФОРМАЦІЙНЕ ПОВІДОМЛЕННЯ

### Шановні колеги!

Запрошуємо Вас взяти участь у роботі IV Міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції «Математика та інформатика в науці й освіті: виклики сучасності» (присвячена 90-річчю кафедри математики та інформатики), що відбудеться 25-26 травня 2023 року на базі факультету математики, фізики і комп'ютерних наук Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.

#### Тематичні напрями конференції:

1. Сучасні проблеми математики. (Фіз.-мат. науки)
2. Сучасні проблеми інформатики. (Техн. науки)
3. Математичне та комп'ютерне моделювання. (Фіз.-мат. і технічні науки)
4. Формування освітнього середовища з математики та інформатики у закладах вищої освіти. (Педагогічні науки)
5. Моніторинг якості освіти: засоби та технології. (Педагогічні науки)
6. Сучасні комп'ютерні технології у викладанні математики та інформатики. (Педагогічні науки)
7. Методика навчання математики та інформатики в закладах загальної середньої освіти. (Педагогічні науки)

**Робочі мови конференції:** українська, англійська, польська.

#### Умови участі в роботі конференції

**Участь в конференції безкоштовна.** Для участі у роботі конференції необхідно **до 10 травня 2023 року** зареєструватися за покликанням <https://forms.gle/ySwtZxDCzWJ9oyK18>, в реєстраційній формі додати файл тез (Last

name\_abstracts.doc), оформлених відповідно до вимог.

#### Вимоги до оформлення тез доповідей:

- *обсяг* – 1-3 повні сторінки;
- *формат аркуша паперу* – А4;
- *орієнтація* – книжкова;
- *поля:* усі по 2 см;
- *шрифт* – Times New Roman, 14 пт;
- *міжрядковий інтервал* – 1,5;
- *абзацний відступ* – 1,25 см;
- *рисунок* – у форматі JPG;
- *формули* набирати в редакторі MathType або Microsoft Equation кеглем 14 пт;
- *посилання на використані джерела* – у квадратних дужках;
- *анотація і ключові слова* (через рядок після назви тез, кегль 12 пт, інтервал -1);
- *основний текст тез* (через рядок після ключових слів, кегль 14 пт, інтервал -1,5);
- *список використаних джерел* (через рядок після тексту тез, за абеткою, оформлений відповідно до вимог, кегль 12 пт, інтервал -1).

Електронні варіанти тез і збірника матеріалів конференції буде розміщено на сайті конференції <https://fmft.vspu.edu.ua/mainu/>.

#### Адреса оргкомітету

Кафедра математики та інформатики, факультет математики, фізики і комп'ютерних наук, ВДПУ імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, корпус № 3, м. Вінниця, 21001.

E-mail: [kafmathinf@vspu.edu.ua](mailto:kafmathinf@vspu.edu.ua)

#### Контактні телефони:

+38098-52-79-837 – Ковтонюк Мар'яна Михайлівна  
+38097-26-70-366 – Бак Сергій Миколайович

**Sergiy Bak\***, Dr. Sc.

**Galyna Kovtonyuk\*\***, Ph. D.

\*Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia,  
Ukraine

e-mail: sergiy.bak@vspu.edu.ua

\*\*Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia,  
Ukraine

e-mail: kovtonyukgm@vspu.edu.ua

## ON WELL-POSEDNESS OF THE CAUCHY PROBLEM FOR SYSTEM OF OSCILLATORS IN WEIGHTED SEQUENCE SPACES

**Abstract.** We consider an infinite system of ordinary differential equations that describes the dynamics of an infinite system of linearly coupled nonlinear oscillators on a two dimensional integer-valued lattice. We obtain the results on existence of a unique global solutions of the Cauchy problem in a wide class of weighted sequence spaces.

**Key words and phrases:** nonlinear oscillators, 2D-lattice, Cauchy problem, well-posedness, weighted sequence spaces.

Далі має бути основний текст тез (однією з мов: англійською, польською або українською):

We study equations that describe the dynamics of an infinite system of linearly coupled nonlinear oscillators on a two dimensional lattice. Let  $q_{n,m} = q_{n,m}(t)$  be a generalized coordinate of the  $(n,m)$ -th oscillator at time  $t$ . It is assumed that each oscillator interacts linearly with its four nearest neighbors. The equations of motion of the system are of the form

$$\ddot{q}_{n,m} = a_{n-1,m}q_{n-1,m} + a_{n,m}q_{n+1,m} + b_{n,m-1}q_{n,m-1} + b_{n,m}q_{n,m+1} + c_{n,m}q_{n,m} - V'_{n,m}(q_{n,m}), \quad (n,m) \in \mathbb{Z}^2. \quad (1)$$

where  $a_{n,m}, b_{n,m}, d_{n,m} \in \mathbb{R}$ ,  $V_{n,m} \in C^1(\mathbb{R}; \mathbb{R})$ . We consider solutions of system (1) such that

$$\lim_{n,m \rightarrow \pm\infty} q_{n,m}(t) = 0, \quad (2)$$

i.e., the oscillators are at the rest at infinity.

We study the Cauchy problem for system (1) with initial conditions

$$q_{n,m}(0) = q_{n,m}^{(0)}, \quad \dot{q}_{n,m}(0) = \dot{q}_{n,m}^{(1)}, \quad (n,m) \in \mathbb{Z}^2. \quad (3)$$

System (1) naturally can be considered as an operator-differential equation, namely

$$\ddot{q} = Aq - B(q), \quad (4)$$

where  $(Aq)_{n,m} = a_{n-1,m}q_{n-1,m} + a_{n,m}q_{n+1,m} + b_{n,m-1}q_{n,m-1} + b_{n,m}q_{n,m+1} + c_{n,m}q_{n,m}$ , and the nonlinear operator  $B$  is defined by  $(B(q))_{n,m} = V'_{n,m}(q_{n,m})$ , in the Hilbert, or even Banach, space of sequences.

We impose the following assumptions

(i)  $\{a_{n,m}\}$ ,  $\{b_{n,m}\}$  and  $\{c_{n,m}\}$  are bounded;

(ii)  $V_{n,m} \in C^1(\mathbb{R}; \mathbb{R})$ ,  $V_{n,m}(0) = V'_{n,m}(0) = 0$ ,  $(n,m) \in \mathbb{Z}^2$ , and  $V'_{n,m}$  is locally

*Lipschitz continuous uniformly with respect to  $(n,m) \in \mathbb{Z}^2$ , i.e., for any  $R > 0$  there exists a constant  $C = C(R) > 0$  such that for all  $(n,m) \in \mathbb{Z}^2$ :*

$$|V'_{n,m}(r_1) - V'_{n,m}(r_2)| \leq C|r_1 - r_2|, \quad |r_1|, |r_2| \leq R.$$

Sometimes we use the following stronger than (ii) assumption

(ii') assumption (ii) is satisfied with the constant  $C$  independent of  $R > 0$ , i.e.,  $V'_{n,m}$  is globally Lipschitz continuous uniformly with respect to  $(n,m) \in \mathbb{Z}^2$ .

Let  $\Theta = \{\theta_{n,m}\}$  be a sequence of positive numbers (*weight*). We denote by  $l^2_\Theta$  the space of all two-sided sequences  $q = \{q_{n,m}\}$  of real numbers such that the norm

$$\|q\|_\Theta = \left( \sum_{(n,m) \in \mathbb{Z}^2} \theta_{n,m} q_{n,m}^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

is finite. This is a Hilbert space with the scalar product

$$(u, v)_\Theta = \sum_{(n,m) \in \mathbb{Z}^2} \theta_{n,m} u_{n,m} v_{n,m}.$$

We suppose that the weight  $\Theta = \{\theta_{n,m}\}$  satisfies the following assumption

(iii) the weight  $\Theta$  be a regular, i.e., the sequence  $\{\theta_{n,m}\}$  is bounded below by a positive constant and there exists a constant  $c_0 > 0$  such that

$$c_0^{-1} \leq \frac{\theta_{n+1}}{\theta_n} \leq c_0$$

for all  $(n, m) \in \mathbb{Z}^2$ .

Note that  $l_\Theta^2 = l^2$  as  $\theta_{n,m} \equiv 1$ .

We obtain the following results.

**Teorema 1.** Assume (i), (ii') and (iii). Then for every  $q^{(0)} \in l_\Theta^2$  and  $q^{(1)} \in l_\Theta^2$  problem (1), (3) has a unique global solution  $q \in C^2(\mathbb{R}; l_\Theta^2)$ .

**Teorema 2.** Assume (i)–(iii). Suppose that the operator  $A$  is non-positive, i.e.,  $(Aq, q) \leq 0$  for all  $q \in l^2$ . Suppose also that one of the following two conditions holds:

(a)  $V_{n,m}(r) \geq 0$  for all  $(n, m) \in \mathbb{Z}^2$  and  $r \in \mathbb{R}$ ;

(b) there exists a nondecreasing function  $h(\xi)$ ,  $\xi \geq 0$ , such that  $\lim_{\xi \rightarrow +\infty} h(\xi) = +\infty$

and  $V_{n,m}(r) \geq h(|r|)$  for all  $(n, m) \in \mathbb{Z}^2$  and  $r \in \mathbb{R}$ .

Then for every  $q^{(0)} \in l_\Theta^2$  and  $q^{(1)} \in l_\Theta^2$  problem (1), (3) has a unique global solution  $q \in C^2(\mathbb{R}; l_\Theta^2)$ .

**Teorema 3.** Assume (i) and (iii). Suppose that  $V_{n,m}(r) = \frac{g_{n,m}}{p} r^p$ , where  $\{g_{n,m}\}$  is a bounded sequence, and the operator  $A$  is negative definite in  $l^2$ . Then there exists  $\delta > 0$ , such that for any  $q^{(0)} \in l_\Theta^2$  and  $q^{(1)} \in l_\Theta^2$  with  $\|q^{(0)}\| \leq \delta$  and  $\|q^{(1)}\| \leq \delta$  problem (1), (3) has a unique global solution  $q \in C^2(\mathbb{R}; l_\Theta^2)$ .

### References

1. Bak S. M. Global well-posedness of the Cauchy problem for system of oscillators on 2D-lattice with power potentials. *Journal of Mathematical Sciences*. 2020. Vol. 246, No 5. P. 593–601.
2. Bak S. M. The existence and uniqueness of the global solution of the Cauchy problem for an infinite system of nonlinear oscillators on a two-dimensional lattice. *Math. and Comp. Modelling. Ser.: Phys. and Math. Sci.* 2011. Vol. 5. P. 3–9 (in Ukrainian).
3. Bak S. M., Baranova O. O., Bilyk Yu. P. Correctness of the Cauchy problem for an infinite system of nonlinear oscillators on 2D-lattice. *Math. and Comp. Modelling. Ser.: Phys. and Math. Sci.* 2010. Vol. 4. P. 18–24 (in Ukrainian).
4. Bak S., N'Guerekata G. M., Pankov A. Well-posedness of initial value problem for discrete nonlinear wave equations. *Commun. Math. Analysis*. 2010. Vol. 8. No 1. P. 79–86.
5. Bak S. N., Pankov A. A. On the dynamical equations of a system of linearly coupled nonlinear oscillators. *Ukr. Math. J.* 2006. Vol. 58, No 6. P. 815–822.

